

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2001
Sessione ordinaria

- 6 Con uno dei metodi di quadratura studiati, si calcoli un'approssimazione dell'integrale definito $\int_0^{\pi} \sin x dx$ e si confronti il risultato con il valore esatto dell'integrale.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2001
Sessione ordinaria

- 6** Si utilizza per il calcolo, il metodo dei trapezi. Dividendo in sei parti uguali l'intervallo $[0; \pi]$ si costruisce la seguente tabella.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π
$\text{sen } x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Per la formula dei trapezi:

$$\int_0^{\pi} \text{sen } x dx \approx \frac{\pi - 0}{6} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{6} (\sqrt{3} + 2) \approx 1,954097.$$

Secondo il metodo dei trapezi l'errore che si compie è minore o uguale a $\frac{\pi^3}{12 \cdot 36} \approx 0,07$.

Con il calcolo esatto: $\int_0^{\pi} \text{sen } x dx = 2$. Si osserva che $2 - 1,954097 = 0,045903$ che è, come si aspettava, minore di 0,07.