

7 Verificare l'uguaglianza

$$\pi = 4 \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$$

e utilizzarla per calcolare un'approssimazione di π , applicando un metodo di integrazione numerica.

7 $4 \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = 4[\operatorname{arctg} x]_0^1 = 4(\operatorname{arctg} 1 - \operatorname{arctg} 0) = \pi.$

Per il calcolo approssimato di π si può utilizzare il metodo dei rettangoli, dividendo l'intervallo $[0; 1]$ in $n = 5$ parti uguali, si ottiene:

$$4 \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx \cong 4 \cdot \frac{1-0}{5} \left[f(0) + f\left(\frac{1}{5}\right) + f\left(\frac{2}{5}\right) + f\left(\frac{3}{5}\right) + f\left(\frac{4}{5}\right) \right] = \frac{4}{5} \left[1 + \frac{25}{26} + \frac{25}{29} + \frac{25}{34} + \frac{25}{41} \right],$$

ovvero $\pi \cong 3,35$. Aumentando il numero n si può migliorare l'approssimazione.